

סיבוכיות- חזרה על דוגמא + דוגמא שלא הספקנו :

נסמן ב-n את גודל הקלט.

ננתח את סיבוכיות קטעי הקוד הבאים כתלות בגודל הקלט. נניח כי פעולות אריתמטיות לוקחות זמן קבוע  $O(1)$ .

.א.

```
for i in range(1, n+1):
    j = 2
    while j <= n:
        j**= 2
```

בקטע הקוד הנ"ל ישנו מבנה של לולאות במקביל (מקוננות) בלתי תלויות. הלולאה החיצונית תבצע n איטרציות, ובכל איטרציה של הלולאה החיצונית יתבצעו x איטרציות של הלולאה הפנימית. נרצה להבין מהו x, כלומר כעבור כמה איטרציות של הלולאה הפנימית j יקבל ערך גדול ממש מ-n. לפני הכניסה ללולאה, כלומר באיטרציה ה-0, ערכו של j הינו 2. באיטרציה ה-1, ערכו של j משתנה ל:  $2^2$ . באיטרציה ה-3 ערכו של j משתנה ל  $2^{2^2} = (2^2)^2$ . באיטרציה ה-k ערכו של j משתנה ל:  $2^{2^k} = 2^{2^{*...*2}}$ .

כדי להבין מהו k המינימלי עבורו j יהיה גדול מ-n נפתור את אי השוויון הבא:

$$2^{2^k} > n$$

$$2^k > \log n$$

$$k > \log \log n$$

כלומר בכל איטרציה של הלולאה החיצונית יתבצעו  $x = \log \log n$  איטרציות של הלולאה הפנימית שכל אחת לוקחת זמן קבוע. בסה"כ סיבוכיות זמן הריצה הינה:

$$\sum_{i=1}^n \log \log n = O(n \log \log n)$$

.ב.

```
for i in range(1, n+1):
    j=1
    while j<=n:
        j+=i
```

בקטע הקוד הנ"ל ישנו מבנה של לולאות במקביל (מקוננות) תלויות. הלולאה החיצונית תבצע n איטרציות, ובכל איטרציה של הלולאה החיצונית יתבצע מספר איטרציות שונה של הלולאה הפנימית שתלוי בערך i הנוכחי. נשים לב שעבור ערך i כלשהו בלולאה החיצונית, הלולאה הפנימית תבצע  $\frac{n}{i}$  איטרציות שכל אחת לוקחת זמן קבוע. כלומר סיבוכיות זמן הריצה היא:

$$\sum_{i=1}^n \frac{n}{i} = n * \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$$

הסכום  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$  נקרא המספר ההרמוני ה-n ומסומן  $H_n$ . לכל n מתקיים:  $H_n \sim \ln n$ .

לכן סיבוכיות זמן הריצה היא:  $\sum_{i=1}^n \frac{n}{i} = n * \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = n * H_n = O(n \ln n) = O(n \log n)$ .