

# Intro-To-CS

# Rec-3: Binary rep.

# Numerical systems

- How do we count?

- Decimal (base-10) system.
- Why? 
- How?

- $d_{n-1} \dots d_0 = \sum_{i=0}^{n-1} d_i * 10^i$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

decimal digits

$1037 = 1 * 10^3 + 0 * 10^2 + 3 * 10^1 + 7 * 10^0$

decimal example

'0'	'1'	'2'	'3'	'4'	'5'	'6'	'7'	'8'	'9'	'A'	'B'	'C'	'D'	'E'	'F'
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

hexa digits

$(3A7D)_{\text{decimal}} = '3' * 16^3 + 'A' * 16^2 + '7' * 16^1 + 'D' * 16^0$  $= 3 * 16^3 + 10 * 16^2 + 7 * 16^1 + 13 * 16^0 = 14973$

hexa example

'0'	'1'	'2'
-----	-----	-----

ternary digits

$(102)_{\text{decimal}} = '1' * 3^2 + '0' * 3^1 + '2' * 3^0$  $= 1 * 3^2 + 0 * 3^1 + 2 * 3^0 = 11$

ternary example

- Imagine a world with 16 fingers.

- Hexadecimal (base-16) system.
- How?

- $(d_{n-1} \dots d_0)_{\text{dec}} = \sum_{i=0}^{n-1} d_i * 16^i$

'0'	'1'	'2'	'3'	'4'	'5'	'6'	'7'	'8'	'9'	'A'	'B'	'C'	'D'	'E'	'F'
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

hexa digits

- Imagine a world with 3 fingers.

- Ternary (base-3) system.
- How?

- $(d_{n-1} \dots d_0)_{\text{dec}} = \sum_{i=0}^{n-1} d_i * 3^i$

# Binary representation

- Imagine a world with **2** fingers.
  - The world of our computers.
  - **Binary** (base-2) system.
- Digits: '**0**', '**1**'
  - mapped to 0, 1 in **decimal**.

**'0' | '1'**  
*binary  
digits*

# Binary representation – cont.

- Conversion from **binary** to **decimal**

- $(b_{n-1}b_{n-2} \dots b_0)_{\text{decimal}} = \sum_{i=0}^{n-1} b_i * 2^i$

- Example:

$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$
1	0	1	1
$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$

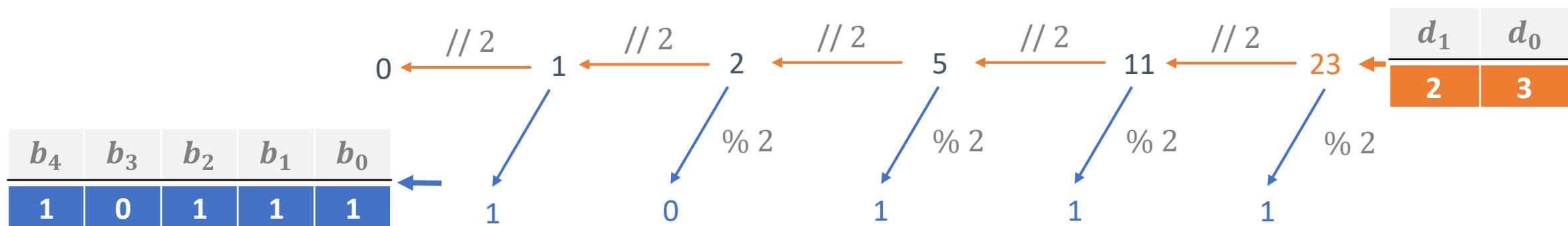
$$\begin{aligned}(1011)_{\text{decimal}} &= '1' * 2^3 + '0' * 2^2 + '1' * 2^1 + '1' * 2^0 \\ &= 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 \\ &= 11\end{aligned}$$

- In Python:

```
In [6]: int("1011",base=2)
Out[6]: 11
```

# Binary representation – cont.

- Conversion from decimal to binary
  - $(d_n d_{n-1} \dots d_0)_{\text{binary}} = ?$
  - Example - conversion algorithm:



- In Python:

```
In [20]: bin(23)
Out[20]: '0b10111'
```

# טווח ערכים של מספר בעל $n$ ביטים

$b_{n-1}$	$b_{n-2}$	...	$b_1$	$b_0$
-----------	-----------	-----	-------	-------

1	0	...	0	0
---	---	-----	---	---

1	1	...	1	1
---	---	-----	---	---

- נתון מספר טבעי  $N$  שביצוג הבינארי שלו יש בדיקה  $n$  ביטים. מהו הטווח האפשרי של  $N$  כפונקציה של  $n$ ?

הבי קטן: 0 ... 10000

ויצוג עשרוני:  $2^{n-1}$

הבי גדול: 1....11111

ויצוג עשרוני:  $1 - 2^n$  למה?

מסקנה:  $2^{n-1} \leq N \leq 2^n - 1$

## כמה ביטים ביצוג הבינארי של המספר $N$

- מהו מספר הביטים  $n$  ביצוג הבינארי של  $N$ ?
- ערך ייחיד ולא טווח כמו קודם. למה?
- נשתמש בסעיף הקודם:
  - יודעים ש- $N \leq 2^{n-1}$  ולכן  $n - 1 \leq \log_2 N$
  - יודעים ש- $2^n < N$  ולכן  $\log_2 N < n$
- בלומר:  $1 + \lceil \log_2 N \rceil \leq n \leq \log_2 N + 1$
- יש בדיקה ערך אחד שלם בטווח (למה?):  $\lceil \log_2 N \rceil + 1$